

SINTEZA LUCRARII

Denumirea proiectului:

MODELAREA ÎNTÂRZIERII DESPRINDERII AERODINAMICE DATORITĂ ROTAȚIEI

Denumirea etapei 1 (obiective) :

TOPOLOGIA CURGERILOR STRUCTURILOR DE VÂRTEJ PENTRU DESPRINDEREA TRIDIMENSIONALA

Perioada acoperită: 01.10.2007-15.12.2007

INTRODUCERE

În acest proiect ne propunem să studiem desprinderea curgerii pe palele turbinelor de vânt. Când aerul curge pe un profil aerodinamic există situația când nu poate urmări suprafața profilului de la bordul de atac la până la bordul de fugă, iar curgerea se întoarce și se detașează de suprafață. Acest fenomen, denumit desprinderea curgerii, strică performanța palelor. Când desprinderea se produce, portanța care în mod normal crește rapid cu unghiul de incidență, încetează să crească și rezistența la înaintare, care în mod normal este foarte mică, devine comparabilă cu portanța.

Un avion care se desprinde brusc își reduce viteza atât datorită rezistenței crescute, cât și pierderii de portanță, fenomen denumit „stalling”. Prin urmare, desprinderea curgerii în domeniul aviației trebuie evitată, cu excepția unor situații de frânare intenționată.

În cazul unei turbine de vânt nu este necesar să se extragă întotdeauna din vânt puterea maximă posibilă. Viteze de vânt foarte mari sunt destul de rare, astfel că ele nu contribuie mult la producția de energie în cursul unui an. Pe de altă parte, pentru a rezista la aceste viteze mari turbina trebuie să fie grea și în consecință scumpă. De aceea turbinele de vânt sunt proiectate pentru o putere maximă care să fie atinsă într-un timp îndelungat de funcționare.

Prin urmare este necesar un mecanism de control care să preia surplusul de putere când acesta depășește un nivel de putere stabilit, denumit putere nominală, care corespunde vitezei nominale a vântului. (fig. 1).

Mai mult de jumătate din turbinele de vânt folosesc desprinderea curgerii ca mijloc de control al puterii. Cu creșterea vitezei vântului curgerea desprinsă, care este mai puțin eficientă în transferarea energiei de la vânt la pale, se mărește pe suprafața palelor, în așa fel ca excesul de putere față de valoarea nominală să fie zero. Aceste turbine se rotesc cu viteză constantă, astfel că unghiurile de incidență cresc cu viteza vântului. Desprinderea curgerii depinde în primul rând de unghiul de incidență. La o anumită valoare critică a unghiului desprinderea este inițiată, iar apoi progresează cu incidența.

Din legătura dintre unghiul de incidență și vânt, pe de o parte și între curgerea desprinsă și unghiul de incidență, pe de altă parte, rotorul poate fi proiectat în așa fel încât puterea captată să fie limitată de geometria rotorului.

Funcționarea cu turație constantă și control de putere pasiv reprezintă soluția cea mai simplă și eficientă a turbinei, care este în același timp relativ ieftină.

Cealaltă jumătate de turbine de vânt rotesc activ poziția palelor la viteze mari ale vântului, astfel că unghiurile incidență mai mici limitează transferul de energie. Acest sistem este mai scump deoarece necesită un mecanism de rotire al palelor, dar nu solicită o cunoaștere aprofundată a procesului fizic al desprinderii curgerii.

Unghiurile de incidență la condiții de desprindere se întâlnesc numai în cazul vitezei nominale a vântului.

Desprinderea curgerii depinde de mulți parametri într-un mod complex. Când curgerea incidentă se apropie de unghiul de desprindere, orice parametru, indiferent de mărime, poate avea un rol decisiv.

Prin urmare, comportarea desprinderii nu poate fi prezisă. În practică se apelează la studii empirice ale profilelor aerodinamice din suflerii. Totuși aceleași profile, în condiții de suflerii diferite demonstrează proprietăți diferite de desprindere. În plus, când profilele determinate într-un tunel sunt utilizate pentru o pală de turbine de vânt în rotație se observă și alte deviații. Fenomenul desprinderii este de asemenea foarte sensibil la rugozitatea suprafeței, la nivelul de turbulență și la imperfecțiunile conturului profilului.

1.1 Analiză asimptotică în jurul punctelor critice specifice desprinderii: nod, focar șea.

Fenomenul desprinderii; bidimensional și foarte studiat în jurul curgerilor bidimensionale devine mult mai complex la descris și analizat în 3-D. În cazul 2-D staționar se admite drept criteriu general de desprindere anularea frecării la perete urmată de apariția profilelor de viteze medii, în apropierea peretelui cu componente ale vitezei longitudinale în sens invers curgerii principale. În schimb, în cazul 3-D o asemenea definiție devine caducă sau cel puțin total insuficientă. Într-adevăr, numai un studiu aprofundat și ordonat a sistemului liniilor de forță ale frecării la perete poate permite definirea unor criterii lipsite de ambiguitate pornind de la o caracterizare a fenomenului.

O sinteză largă a cunoștințelor actuale asupra acestei probleme se găsește în lucrările [1-3].

Să amintim unele noțiuni necesare pentru înțelegerea structurii curgerilor desprinse tridimensionale. În acest domeniu, contribuția experimentală a jucat un rol absolut esențial. Aceasta, indiferent de tehnica utilizată (lacuri și vopsele pe perete, fire și steaguri de „stall”, metode optice etc) a permis punerea în evidență a structurilor curgerii, a căror examinare a condus apoi la interpretări teoretice.

Conceptul introdus de Sears, de linii de curent limită este de o mare importanță pentru analiza observațiilor parietale deoarece strict vorbind viteza este zero pe perete.

O linie de curent reprezintă poziția limită a unei linii de curent când distanța sa la perete tinde spre zero.

$$\frac{dz}{dx} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{w}{u} = \left. \frac{dw/dy}{du/dy} \right|_{y=0} \quad (1.1)$$

Liniile de curent limită sau linii de frecare la perete definesc liniile de forță ale câmpului vectorilor forței de frecare la perete. Acestui câmp i se poate de asemenea asocia acela al vectorului vârtej la perete, ortogonal cu vectorul forței de frecare la perete.

$$\vec{\tau}_0 = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \vec{i} + \frac{\partial w}{\partial y} \vec{k} \right) \Big|_{y=0} \quad (1.2)$$

$$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \vec{k}$$

Din ipoteza stratului limită dezvoltând în Taylor fiecare componentă a vitezei lângă perete rezultă

$$\begin{aligned} u &= \frac{y\tau_{0x}}{\mu} + O(y^2), \\ v &= -\frac{y^2\Delta}{2\mu} + O(y^2), \\ w &= \frac{y\tau_{0z}}{\mu} + O(y^2) \end{aligned} \quad (1.3)$$

unde $\Delta = \frac{\partial \tau_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{0z}}{\partial z}$ și μ este coeficientul de vâscozitate. Pe baza ecuațiilor (1.3) se constată că dacă într-un punct se anulează simultan ambele tensiuni τ_{0x} și τ_{0z} , atunci

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}} \rightarrow 0 \quad (1.4)$$

Prin urmare, componenta vitezei v are un ordin de mărime mai mic decât u și w și toate punctele pe suprafață care respectă ecuația (1.4) sunt puncte regulate în curgere. Chiar dacă una din tensiuni este zero, punctul este de asemenea regulat în curgere. Totuși, dacă ambele tensiuni se anulează simultan într-un punct pe suprafață, atunci

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}} \rightarrow O(1) \quad (1.5)$$

și componenta vitezei v este de ordinul de mărime al celorlalte componente. Punctele pe suprafața în care ec. (1.5) este satisfăcută sunt denumite puncte singulare în curgere.

În situația unui punct singular există două cazuri în funcție de semnul mărimii Δ : dacă $\Delta < 0$, atunci fluidul va părăsi suprafața la un unghi în timp ce dacă $\Delta > 0$, atunci stratul de fluid se atașează suprafeței. Prin urmare, în cazul tridimensional, reatașarea curgerii este la fel de importantă ca și desprinderea. În concluzie, anularea simultană a tensiunilor τ_{0x} și τ_{0z} dă naștere fie la desprinderea, fie la reatașarea curgerii. Această condiție este satisfăcută în general în puncte izolate ale suprafeței, dar în circumstanțe particulare (cazul curgerilor 2-D) ambele tensiuni pe perete se anulează pe o linie care poate fi o linie de desprindere sau de reatașare.

Ecuațiile unei linii de curent în curgere sunt definite de

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w},$$

în timp ce liniile de curent pe o suprafață sunt date de

$$\frac{dx}{dz} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{u}{w}, \quad (1.6)$$

și sunt denumite linii de curent limită sau linii de frecare la perete.

Folosind ecuațiile (1.3) în ec. (1.6) se găsește ecuația diferențială pentru liniile de curent limită

$$\frac{dx}{\tau_{0x}} = \frac{dz}{\tau_{0z}} \quad (1.7)$$

sau, alternativ

$$\frac{dx}{\tau_x} = \frac{dz}{\tau_z}, \quad y = 0.$$

Din ecuația (1.6) rezultă că o linie de curent limită este o curbă a căror direcții coincid cu acelea ale vitezelor fluidului care se anulează pe suprafață.

În mod asemanator se obtine ecuatia diferentiaa pentru liniile de vartej pe suprafata prin evaluarea componenteleor vorticității pe suprafața

$$\frac{dx}{\omega_{0x}} = \frac{dz}{\omega_{0z}} \quad (1.8)$$

în care $\omega_{0x} = \tau_{0z} / \mu$ și $\omega_{0z} = \tau_{0x} / \mu$. Sub formă vectorială, ecuațiile liniilor de curent limită și liniilor de vârtaj pe suprafață sunt

$$d\vec{r} \times \vec{\tau}_0 = 0 \quad (1.9a)$$

și respectiv

$$d\vec{r} \times \vec{\omega}_0 = 0 \quad (1.9b)$$

Deoarece

$$\vec{\tau}_0 \times \vec{\omega}_0 = 0,$$

ambele sisteme de linii acoperă complet suprafața și se intersectează ortogonal reciproc. Într-un punct regulat există numai o linie de curent limită care se intersectează cu o linie de vârtaj pe suprafață. În situația în care $\tau_{0x} = \tau_{0z} = 0$, punctul pe suprafață este un punct singular sau punct de ramificație al ecuațiilor diferențiale (ec. 1.9). O clasificare a acestor puncte de ramificație [7] se găsește prin analizarea sistemului iacobian J definit de

$$J = \frac{\partial \omega_{0z}}{\partial z} \frac{\partial \omega_{0x}}{\partial x} - \frac{\partial \omega_{0z}}{\partial x} \frac{\partial \omega_{0x}}{\partial z} = \left(\frac{\partial \tau_{0z}}{\partial z} \frac{\partial \tau_{0x}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{0z}}{\partial x} \frac{\partial \tau_{0x}}{\partial z} \right) / \mu^2$$

Dacă $J < 0$, atunci punctul singular este un punct șa; dacă $J > 0$, atunci punctul singular este un punct nodal (fig. 2). Punctele nodale sunt clasificate în puncte nodale de desprindere sau puncte nodale de atașare și în puncte focar.

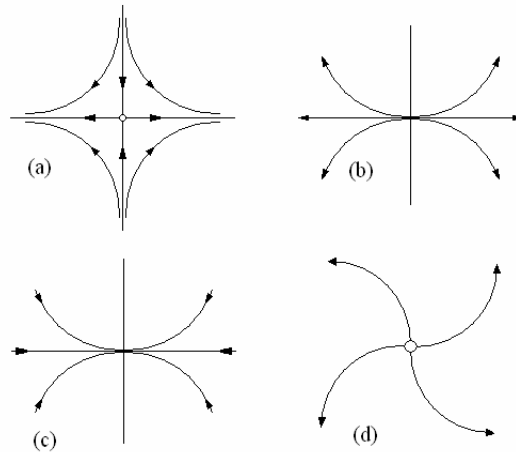


Fig.2 Spectru liniilor de frecare la perete în apropierea punctelor singulare izolate: a) punct șa, b) punct nodal de atașare, c) punct nodal de desprindere, d) punct focar

Un punct șa (Fig. 2a))este intersecția a două linii singulare, prin care nicio linie de frecare la perete nu trece și direcțiile lor nu converg sau nu converg pe liniile singulare.

Fig. 2(b,c) este un punct comun cu o infinitate de linii de frecare la perete, care sunt tangențiale cu excepția unei singure linii singulare. Un punct focar (Fig2c) este un punct comun cu o infinitate de linii de frecare la perete fără nicio linie tangențială comună. În general un punct focar este asociat cu rotația fluidului și în consecință cu o desprindere de vârtej.

Fig.3 ilustrează formarea unui focar F la capătul unei linii de desprindere SL și formarea unei pânze libere care se înfășoară într-un vârtej.

Pe baza rezultatelor de mai sus se poate forma un model conceptual al fenomenului de desprindere după cum urmează.

În eventualitatea anulării simultane a ambelor tensiuni la perete, într-un punct sau într-un grup de puncte pe suprafață, există o regiune desprinsă care este inaccesibilă regiunii vâscoase în amonte. Cele două regiuni sunt separate pe o suprafață denumită suprafață de desprindere. Urma sau curba de intersecție a suprafeței de desprindere cu un corp este o linie de desprindere

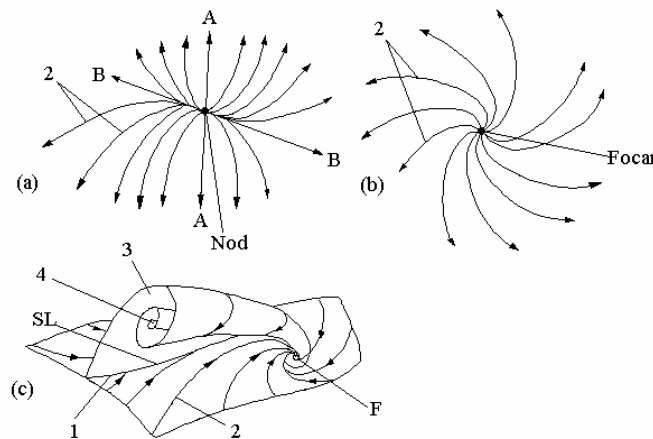


Fig.3 Formarea unui focar F la capătul unei linii de desprindere SL : 1) Linie singulară; 2) Linii de frecare la perete; 3) strat de frecare (forfecare) liber; 4) vârtej desprins de focar

În general se admite că desprinderile pot fi împărțite în două tipuri. Primul este de tip cavitate (sau bulă de desprindere) (fig.4a), iar al doilea care este mai comun este de tip strat de frecare liber (fig.4b).

În final, se admite de asemenea că liniile de curent care părăsesc liniile de desprindere sunt tangențiale la o suprafață de desprindere. Această suprafață este o suprafață singulară.

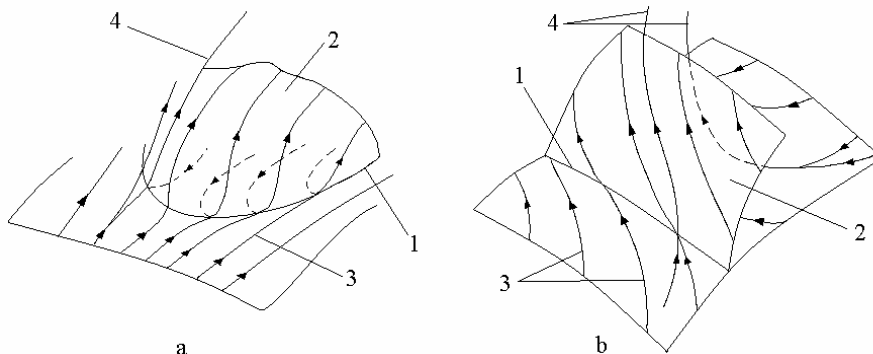


Fig.4 Tipuri de desprindere : a) bulă de desprindere; b) strat de frecare liber (1-linie de desprindere, 2-suprafață de desprindere, 3- linii de curent limită, 4- linii de curent exterioare)

Deoarece nicio linie de curent limită nu poate traversa linia de desprindere, linia de desprindere trebuie să fie anvelopa liniilor de curent limită. pe linia de desprindere există puncte singulare sau puncte care aparțin ambelor regiuni, desprinsă și nedesprinsă. Prezența acestor puncte pe două regiuni este legată de punctele de ramificație, adică de punctele șa sau nodale [7].

Subiectul este foarte extensiv și literatura citată [8] este esențială pentru o consultare mai completă.

2 Definierea liniilor de curent la perete și a liniilor caracteristice pentru ecuațiile diferențiale de tip hiperbolic.

Determinarea regiunilor desprinse în curgeri tridimensionale pe suprafețe regulate este legată de topologia liniilor de curent la perete. Pentru a le determina, cele mai convenabile metode constă din calcularea stratului limită. În sens clasic un asemenea calcul constă în determinarea evoluției stratului limită plecând de la o curgere exterioară prescrisă. Totuși, în cazul cel mai simplu al curgerii bidimensionale, o asemenea metodă conduce la o singularitate în punctul de frecare zero la perete. Efectul practic al acestei singularități constă în obținerea unor soluții fizice nerealiste în care derivatele anumitor caracteristici ale stratului limită devin infinite.

În cazul curgerii tridimensionale există analize care arată că de asemenea se produc singularități dar structura acestora nu este cunoscută ca în cazul bidimensional. Mai mult, o serie de autori confundă situațiile de întrerupere a calculului numeric cu liniile reale de desprindere, obținându-se multe rezultate eronate. În realitate, o linie de desprindere trebuie să aibă o proprietate de regularitate și nu trebuie să fie confundată cu o linie de singularitate [7].

Pentru a analiza această problemă în mod corect este important să se cunoască condițiile în care se produc singularități în formulare directă a calculului stratului limită. De asemenea este important să se definească natura acestor singularități. Analiza singularităților în modul direct de calcul și elaborarea unei metode inverse vor fi examinate pentru o curgere turbulentă cu ajutorul unei metode integrale.

Analiza fiind efectuată cu ecuații globale nu este necesară obținerea soluțiilor ecuațiilor locale exacte, astfel că un set de relații de închidere trebuie presupus. Cu toate acestea precizia rezultatelor este bună în comparație cu comportarea experimentală și matematică.

Metoda integrală pentru straturi limită turbulente tridimensională utilizează ecuațiile globale de impuls și de antrenament. Ecuațiile sunt prezentate într-un sistem de coordonate generale cu coeficienți metrici arbitrari [8,9]. Totuși proprietățile acestor ecuații sunt mai evidente dacă se utilizează drept coordonate liniile de curent, deoarece relațiile de închidere au fost stabilite într-un asemenea sistem de axe. Axa coincide cu proiecția liniilor de curent exterioare pe perete și axa z este ortogonală cu linia de curent într-un plan tangent la perete, axa y fiind ortogonală cu peretele.

Pentru o mișcare incompresibilă relativă față de un observator în rotație uniformă ω_y , ecuațiile globale de impuls în direcția curentului și transversal și ecuația de antrenare se scriu [10,11]

$$\begin{aligned} \frac{C_{fs}}{2} = \frac{\partial \theta_{11}}{\partial s} + \theta_{11} \left(\frac{H+2}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial s} - K_1 \right) + \frac{\partial \theta_{12}}{\partial n} + \theta_{12} \left(\frac{2}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} - 2K_2 \right) + \\ + \delta_2 \left(\frac{1}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} - K_2 \right) + K_1 \theta_{22} + \frac{2\omega_y}{U_e} \delta_2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{C_{fn}}{2} = \frac{\partial \theta_{21}}{\partial s} + \theta_{21} \left(\frac{2}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial s} - 2K_1 \right) + K_2 \theta_{11} (H+1) + \\ + \frac{\partial \theta_{22}}{\partial n} + \theta_{22} \left(\frac{2}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} - K_2 \right) - \frac{2\omega_y}{U_e} \delta_1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial s} - \frac{V_e}{U_e} = \frac{\partial (\delta - \delta_1)}{\partial s} + (\delta - \delta_1) \left(\frac{1}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial s} - K_1 \right) - \\ - \frac{\partial \delta_2}{\partial n} - \delta_2 \left(\frac{1}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} - K_2 \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

În aceste ecuații $\frac{\partial}{\partial s}$ and $\frac{\partial}{\partial n}$ reprezintă derivatele $(1/h_1)(\partial/\partial x)$ și $(1/h_3)(\partial/\partial z)$ în care x și z sunt coordonate generalizate definite în direcțiile curentului și transversalei acesteia, h_1 și h_3 sunt coeficienții metrici asociați, K_1 și K_2 sunt curburile geodezice ale liniilor x și z legate de coeficienții metrici prin formulele

$$K_1 = -\frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_3}{\partial x}, \quad K_2 = -\frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial z}$$

Dacă mișcarea absolută exterioară este lipsită de rotație, atunci avem

$$(\nabla \times \vec{V}_e)_y + 2\omega_y = 0.$$

În coordonate ale liniilor de curent se obține

$$\frac{1}{h_1 h_3} \frac{\partial h_1}{\partial z} (h_1 U_e) + 2\omega_y = 0$$

și astfel

$$K_2 = -\frac{1}{U_e h_3} \frac{\partial U_e}{\partial z} + \frac{2\omega_y}{U_e} = \frac{1}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} + \frac{2\omega_y}{U_e}.$$

Să considerăm acum componentele vitezei u și w în direcția longitudinală și transversală la curent, în stratul limită. Se definesc următoarele grosimi integrale, conținute în ecuațiile globale de mai sus

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy, \theta_{11} = \int_0^\delta \frac{u}{U_e} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy, H = \frac{\delta_1}{\theta_{11}}, \\ \delta_2 &= -\int_0^\delta \frac{w}{U_e} dy, \theta_{22} = -\int_0^\delta \frac{w^2}{U_e^2} dy, \\ \theta_{21} &= -\int_0^\delta \frac{wu}{U_e^2} dy, \theta_{12} = \int_0^\delta \frac{w}{U_e} \left(1 - \frac{u}{U_e}\right) dy,\end{aligned}$$

unde δ este grosimea stratului, iar C_{fs} și C_{fn} sunt componentele coeficientului frecării la perete

$$\frac{C_{fs}}{2} = \frac{\tau_{ws}}{\rho_e U_e^2}, \frac{C_{fn}}{2} = \frac{\tau_{wn}}{\rho_e U_e^2}.$$

De asemenea se definește unghiul dintre linia de curent limită și linia de curent exterioară

$$\tan \beta_0 = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{w}{u} = \frac{C_{fn}}{C_{fs}}.$$

Cele trei ecuații globale (2.1-2.3) conțin următoarele zece necunoscute: grosimile $\delta, \delta_1, \delta_2, \theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{12}, \theta_{22}$ componentele coeficientului de frecare la perete C_{fs}, C_{fn} și coeficientul de antrenare $C_E = (\partial \delta / \partial s) - (V_e / U_e)$.

Din definiția mărimilor θ_{12}, δ_2 și θ_{21} se găsește numai o singură relație suplimentară : Prin urmare, este necesar să se suplimenteze numărul de ipoteze pentru închiderea sistemului de ecuații. În acest scop aplicând un procedeu de soluții similare [8] se determină un set de relații de închidere care depind de următorii trei parametri

$$G = \frac{H-1}{H\sqrt{C_{fs}/2}}, \text{Re}_{\theta_{11}} = \frac{\rho_e U_e \theta_{11}}{\mu_e}, T = -\frac{\delta_2/\delta}{K_2 \delta}$$

O relație importantă exprimă factorul $H^* = (\delta - \delta_1)/\theta_{11}$ în funcție de parametrul de formă $H = \delta_1/\theta_{11}$. Relațiile de mai sus bazate pe soluții similare arată că H^* este de asemenea o funcție de numărul Reynolds $\text{Re}_{\theta_{11}}$, dar acest efect este neglijabil pentru gradientii de presiune longitudinală pozitive. Forma simplificată a acestei relații se scrie

$$H^* = \frac{\delta - \delta_1}{\theta_{11}} = \frac{\alpha H^2 + H}{H - 1}, \quad (\alpha = 0.631) \quad 2.4$$

În plus, relațiile dintre grosimile integrale transversale se poate exprima cu ajutorul unei necunoscute suplimentare C , definită ulterior

$$\begin{aligned}\frac{\delta_2}{\theta_{11}} &= -CH, \frac{\theta_{12}}{\theta_{11}} = C(H-1), \\ \frac{\theta_{21}}{\theta_{11}} &= -C, \frac{\theta_{22}}{\theta_{11}} = -C^2(H-1).\end{aligned}\tag{2.5}$$

Ipotezele (2.5) sunt echivalente cu presupunerea ca profilul de viteze transversal este liniar având panta C (ipoteza lui Johnston)

$$\frac{w}{U_e} = C \left(1 - \frac{u}{U_e} \right)$$

În mod evident ipoteza liniarității profilului este incorectă la perete din cauza condiției de aderență, totuși această regiune este foarte subțire chiar dacă $W_{\max}$ corespunde valorilor lui u/U_e în domeniul 0,5-0,6.

Astfel, eroarea în grosimile estimate este neglijabilă și rezultatul analizei nu este afectat. Prin urmare, considerând relațiile de închidere propuse, în ecuațiile globale ec.(3.1-3.3) sunt prezente numai trei necunoscute principale. Alegerea lor este arbitrară și vom adopta aceste necunoscute δ_1 , θ_{11} și C . Cu aceste funcții ecuațiile (3.1-3.3) devin

$$\frac{\partial \theta_{11}}{\partial s} - C \frac{\partial \theta_{11}}{\partial n} + C \frac{\partial \delta_1}{\partial n} + (\delta_1 - \theta_{11}) \frac{\partial C}{\partial n} = A_1, \tag{2.6}$$

$$-C \frac{\partial \theta_{11}}{\partial s} + C^2 \frac{\partial \theta_{11}}{\partial n} - C^2 \frac{\partial \delta_1}{\partial n} - \theta_{11} \frac{\partial C}{\partial s} - 2C(\delta_1 - \theta_{11}) \frac{\partial C}{\partial n} = A_2, \tag{2.7}$$

$$(H^* - HH^*) \frac{\partial \theta_{11}}{\partial s} + H^* \frac{\partial \delta_1}{\partial s} + C \frac{\partial \delta_1}{\partial n} + \delta_1 \frac{\partial C}{\partial n} = A_3, \tag{2.8}$$

cu

$$H^* = \frac{dH}{dH}$$

și

$$\begin{aligned}A_1 &= \frac{C_{fs}}{2} - \theta_{11} \left(\frac{H+2}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial s} - K_1 \right) - K_1 \theta_{22} - \frac{2\omega_y}{U_e} \delta_2, \\ A_2 &= \frac{C_{fn}}{2} - \theta_{21} \left(\frac{2}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial s} - 2K_1 \right) - K_2 \theta_{11} (H+1) - \frac{\theta_{22}}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial n} + \frac{2\omega_y}{U_e} \theta_{22} (H+1), \\ A_3 &= C_E - (\delta - \delta_1) \left(\frac{1}{U_e} \frac{\partial U_e}{\partial s} - K_1 \right) - \frac{2\omega_y}{U_e} \delta_2,\end{aligned}$$

Ecuațiile (2.6-2.8) constituie un sistem de ecuații cu derivate parțiale liniare de ordinul întâi, a cărui natură va fi studiat cu ajutorul ecuației caracteristice. Coeficienții C_{fs} , C_{fn} și C_E nu joacă nici un rol în studiul proprietăților ecuațiilor globale, aceștia nefiind implicați în derivatele parametrilor stratului limită și deci sunt incluși în membru drept al ecuațiilor (2.6-2.8).

Să notăm cu $1/\lambda$ panta unei linii caracteristice în sistemul de axe definit de linia de curent exterioară. Atunci, unghiul dintre o linie caracteristică și o linie de curent exterioară este $\tan^{-1}(1/\lambda)$, iar λ este soluția ecuației caracteristice următoare

$$C^3\lambda^3 - C^2\lambda^2 \frac{(H-1)(H^* - HH^* + H^* - 1) + 1}{H-1} + C\lambda \frac{H^* - 2HH^* + 2H^* - 1}{H-1} + \frac{H^*}{H-1} = 0$$

Utilizând relația (3.4), coeficienții ecuației caracteristice se poate exprima în funcție numai de H ca:

$$C^3\lambda^3 - C^2\lambda^2 \frac{2\alpha H + 3}{H-1} + C\lambda \frac{-\alpha H^2 + 4\alpha H + 3}{(H-1)^2} + \frac{\alpha H^2 - 2\alpha H - 1}{(H-1)^3} = 0 \quad (2.9)$$

Se observă cu ușurință că o rădăcină a ecuației (2.9) este

$$C\lambda_2 = \frac{1}{H-1} \quad (2.10)$$

Și atunci ecuația caracteristică ia forma

$$\left(C\lambda - \frac{1}{H-1} \right) \left(C^2\lambda^2 - \frac{2(\alpha H + 1)}{H-1} C\lambda - \frac{\alpha H^2 - 2\alpha H - 1}{(H-1)^2} \right) = 0$$

Celelalte două rădăcini sunt

$$C\lambda_1 = \frac{1 - \alpha_1 H}{H-1} \quad (2.11)$$

$$C\lambda_3 = \frac{1 + (2\alpha + \alpha_1)H}{H-1} \quad (2.12)$$

unde $\alpha_1 = -\alpha + (\alpha^2 + \alpha)^{1/2}$, ($\alpha = 0.631$; $\alpha_1 = 0.383$).

Calculul rădăcinilor ecuației caracteristice conduce la următoarea concluzie: deoarece rădăcinile sunt reale și distincte, sistemul de ecuații globale este total hiperbolic; de importanță particulară este rădăcina λ_1 deoarece aceasta definește o linie care se poate identifica cu linia de curent la perete. Din grupul relațiilor de închidere deduse din soluții similare una permite calculul unghiului limită β_0 . Pentru valori suficient de mari ale parametrului G al lui Clauser, această relație se poate simplifica și exprima ca

$$\tan \beta_0 = \frac{C(H-1)}{1 - 0.438H} \quad 2.13$$

Ecuațiile (2.11) și (2.13) arată că linia de curent limită și linia caracteristică λ_1 sunt aproape identice. Celelalte două direcții caracteristice se situează între linia de curent la perete cum se arată în fig.5.

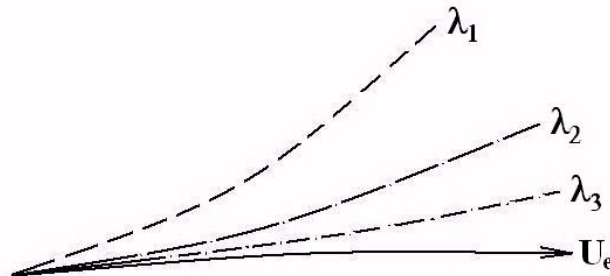


Fig. 5 Configurația liniilor caracteristice: U_e – linii de curent externe; λ_1 – linii de curent la perete sau caracteristice.

În continuare, se vor specifica condițiile în care se pot produce singularități în modul direct de calcul al stratului limită tridimensional. Mai întâi este util să se reamintească unele rezultate ale cazului bidimensional care constituie o formă particulară sau degenerată a cazului tridimensional. Ecuațiile stratului limită bidimensional se obțin din ecuațiile (2.6-2.8) punând $C=0$, $\omega_y=0$. Ecuația de impuls transversală devine trivială, iar ecuațiile de antrenare și de impuls longitudinal se reduc la

$$\frac{d\theta_{11}}{ds} = A'_1 \quad (2.14)$$

$$(H^* - HH^{*'}) \frac{d\theta_{11}}{ds} + H^{*'} \frac{d\delta_1}{ds} = A'_3 \quad (2.15)$$

cu

$$A'_1 = \frac{C_{fs}}{2} - \theta_{11} \frac{H+2}{U_e} \frac{dU_e}{ds}, \quad A'_3 = C_E - \frac{\delta - \delta_1}{U_e} \frac{dU_e}{ds}.$$

Ecuațiile (2.14) și (2.15) reprezintă un sistem de două ecuații cu două necunoscute $d\theta_{11}/ds$ și $d\delta_1/ds$ care permit construcția unei soluții locale pornind de la date inițiale.

În general există o soluție, dar apare o dificultate când determinantul sistemului de ecuații este zero, adică dacă $H^{*'}=0$. În acest caz derivata $d\delta_1/ds$ va deveni infinită afară de cazul când ecuațiile (2.14) și (2.15) sunt compatibile.

Relația de compatibilitate este $A'_1 = A'_3 / H^*$. În această ipoteză sistemul este nedeterminat, dar această eventualitate este puțin probabilă dacă ecuațiile stratului limită sunt rezolvate în mod direct. Prin urmare, în punctul $H^{*'}=0$ soluția este astfel că $(d\delta_1/ds)$ devine în general infinită și fizic imposibilă.

Relația din ecuația (2.4) arată că acest punct corespunde unei valori critice a parametrului de formă H_{cr} , de circa 2,6. O ajustare a relației de închidere ar fi suficientă pentru egalarea celor două valori ale parametrului de formă H_{cr} și $H_{cf}=0$. Astfel metoda integrală se comportă în mod similar cu singularitatea Golstein din ecuațiile locale.

În cazul curgerii tridimensionale nu este însă nici un motiv ca punctul $H^{*'}=0$ să fie singular. Într-un asemenea punct ecuația caracteristică arată că există întotdeauna trei valori caracteristice distincte. Trecerea printr-un punct $H^{*'}=0$ implică numai producerea incipientă a unei influențe din aval spre amonte deoarece linia de curent la perete devine ortogonală cu linia de curent exterioară, fig.6.

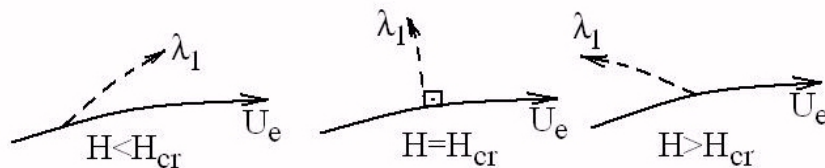


Fig.6 – Trecerea în curgeri 3-D a unui punct $H^{*'}=0$.

Obiectivul urmărit a constituit calculul stratului limită care se dezvoltă pe o pală în rotație, la butuc, cunoscând mărimea și direcția vitezei în curgerea nevâscoasă. Caracteristica inițială a

stratului limită se cunoaște pe o linie în apropierea bordului de atac. Spectrul calculat al liniilor de curent la perete este prezentat în fig.7. Se anintește că relația dintre spectrul liniilor de curent la perete și câmpul curgerii cu vârtejuri deasupra peretelui nu este mică, curgerea presupusă în fig.7 fiind o conjectură.

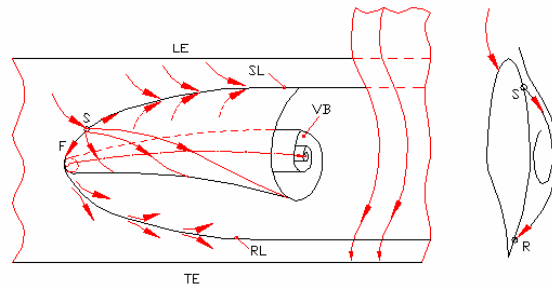


Fig. 7 – Structura punctelor singulare în zona butucului.

În general, cazul tridimensional nu prezintă singularități locale. Acestea sunt mai degrabă configurații rezultând în focalizarea liniilor caracteristice aparținând unei aceleiași familii. Adică, acestea sunt linii definite de λ_1 , adică linii de curent la perete focalizate. Totuși, cazul considerat în fig.7 este un exemplu tridimensional pur în care punctul $H^* = 0$ este singular [12].

BIBLIOGRAFIE

1. M.Tobak, D.J.Peake "Topology of three-dimensional separated flows", Ann. Rev. Fluid Mech., 14, 1982
2. U. Dallmann, "Topological structures of three-dimensional vortex flow separation", AIAA Pap., 83-1735, 1983
3. J.Z.Wu, J.W.Gu, J.M.Wu, "Steady three-dimensional fluid particle-separation from arbitrary smooth surface and formation of free vortex layers" Z.Fluggwiss.Weltraumforsch, 12, 1988
4. E.C. Maskell, "Flow separation in three-dimensions" ARC Report No.18063, 1955
5. R. Legendre "Separation de l'écoulement laminaire tridimensionnel", La recherche Aéronautique no.54, novembre-décembre 1956
6. M.J. Lightill, "Attachement and separation in three-dimensional flow" in Laminar Boundary-Layers, Ed. L.Rosenhead, Oxford, Univ.Press
7. R. Legendre, "Lignes de courant d'un écoulement permanent. Décollement et séparation" La Recherche Aéronautique, Nov.-Dec., 1977
8. J. Cousteix, "Analyse théorique et moyens de prévision de la couche limite turbulente tridimensionnelle", ONERA, No.157, 1974
9. J. Cousteix, R.Houdeville, "Singularities in three dimensional turbulent boundary-layer calculations and separation phenomena" AIAA Journal, vol.19, No.8, 1981
10. A. Mager, "Generalization of the boundary-layer momentum integral equations to three-dimensional flows including those of rotating systems" NACA, Rep.1067, 1952
11. H. Dumitrescu, V.Cardos, "Singular points for three-dimensional separation", Bulletin of Transilvania University of Brasov, vol.13 (48), 2006
12. H. Dumitrescu, V.Cardos, Al.Dumitrache, "Modeling of inboard stall delay due to rotation" Journal of Physics: Conference Series, 75, 2007
13. F.T.Smith, "Steady and unsteady boundary-layer separation", Ann.Rev.Fluid Mech., 18, 1986
14. A.E.Perry, M.S.Chong, "A series-expansion study of the Navier-Stokes equations with applications to three-dimensional separation patterns" J.Fluid Mech, 173, 1986